Conversazione su "**Dante divulgatore della scienza**"
nell'ambito di Uniurb Spritz: http://eventi.uniurb.it/spritz/

Gian Italo Bischi
Università di Urbino Carlo Bo

La lezione riguarda il tema della comunicazione e divulgazione della conoscenza al di fuori della cerchia degli specialisti. In particolare ci soffermeremo sulle scienze matematiche, ma argomentazioni analoghe si possono riferire ad altre discipline, le cui conoscenze progrediscono nel tempo e vengono espresse mediante linguaggi tecnici, talvolta inaccessibili ai più. Un problema non banale, con soluzioni in bilico fra la tendenza ad abbassare troppo il livello fino a banalizzare i contenuti, nello sforzo di collocarsi alla portata di tutti, o mantenere un certo rigore, col conseguente rischio che non tutti sono disposti allo sforzo necessario per capirne i contenuti. Lo faremo utilizzando un "testimonial" di eccezione, Dante Alighieri, che è stato uno dei primi comunicatori della scienza del suo tempo, operando sul terreno della contaminazione culturale. Attraverso la lettura di alcuni passi della Divina Commedia vedremo le soluzioni adottate dal Sommo Poeta.

Punti per una premessa

- *Diffondere il sapere, la conoscenza, anche fra i non specialisti, anche fra coloro che non ne producono e non partecipano direttamente al dibattito scientifico*
- *Le discipline evolvono, si acquisiscono nuove conoscenze, spesso espresse in un linguaggio specialistico, tecnico*
- *Conoscenza di qualunque tipo: matematico, fisico, economico, giuridico, informatico*
- *Importanza sociale*
- *Spesso parliamo con un avvocato o con un medico e non li capiamo, per non menzionare gli economisti, per carità poi fisici, chimici e matematici …*
- *Certi specialisti usano dei paroloni incomprensibili e non si preoccupano di spiegarli in parole semplici, e quando lo fanno lo fanno in modo troppo semplificato, con analogie inadeguate… che ci sentiamo quasi presi in giro.*
- *Ma come spiegare le cose?*
- *Figura del divulgatore, o giornalista scientifico. Esempio della musica: leggere spartiti e studiarla è una cosa per specialisti, iniziati. Ascoltarla eseguita da un suonatore è un'altra cosa. Anche per altri campi di sapere ci vuole un interprete, che generalmente è diverso dal compositore, che ci fa apprezzare il lavoro del compositore anche se non capiamo i simboli e i termini (crome, semicrome) con cui è scritta*
- *Come far sì che non vengano dimenticate?*
- *Una buona strategia per diffondere conoscenza scientifica è lo Storytelling. Anche la scienza, come il mito, va raccontata attraverso storie, esempi, aneddoti ecc. Va narrata, inserita all'interno di narrazioni. Esempio di Dante.*
- *Dialogo, dibattito polemico (Galileo)*

Conoscenza da comunicare alla gente ai tempi di Dante

XII secolo in Europa: Imponente diffusione della conoscenza: <u>traduzione</u>, da *greco* e *arabo*, in *latino* Soprattutto a Toledo (Spagna) e Palermo alla corte di *Federico II di Svevia* (1194 –1250) "Stupor Mundi", mecenate e studioso con la sua corte di filosofi, traduttori, giuristi, matematici)

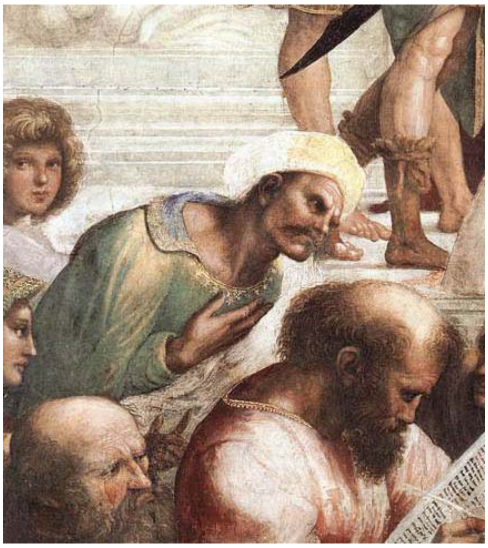
<u>Autori tradotti</u>*: Aristotele, Tolomeo, Euclide, Archimede, Alhazen, Al-Khwarizmi, influenze cinesi e indiane attraverso arabi…*

Università: lingua comune, testi comuni, studiosi internazionali
XII: Oxford, Coimbra, Parigi, Montpellier, Bologna , Salerno (medicina)
XIII: Cambridge, Salamanca, Tolosa, Orleans, Napoli, Padova
Si insegnano: Arti del trivio *: Grammatica, Retorica, Dialettica*
Arti del quadrivio **:** *Aritmetica , Geometria, Musica, Astronomia*
Stese cose ovunque, e con gli stessi testi, docenti che viaggiano da una università all'altra

Scuole d'abaco*, ad uso di commercianti, artigiani, artisti, banchieri, …*

XIII secolo: nuova cultura si crea
Poesia in volgare italiano, nasce alla corte di Federico II, insieme agli studi di Filosofia naturale
Vengono fondati gli ordini dei *Frati grigi (Francescani)*, Assisi 1209 , *Frati neri (Domenicani)* da Domenico di Gruzman a Tolosa 1215*;*
Anche nuovi testi:
Liber Abaci di Leonardo Pisano (Pisa, 1175 – 1235) detto Fibonacci*,*
De numeris datis, De trianguli, Arthmetica, Trattati di Meccanica di Giordano Nemorario (-1237) domenicano di Sassonia;
Geometria speculativa, Tractatus de continuo di Thomas Bradwardine (1290-1349) matematico di Oxford.
Ottica e Matematica di Robert Grosseteste *(1175-1253),* francescano di Oxford (metodo scientifico, traduce dal greco)
Trattati di Astronomia e astrologia di Giovanni Sacrobosco (1195-1256) inglese, insegnò a Parigi, Guido Bonatti (1210-1300?) di Forlì, consigliere e astrologo di Guido da Montefeltro e Federico II

Non tutti pensano che sia un bene divulgare la conoscenza. Ad esempio Averroè *(Cordova 1126 , Marrakech 1198)* filosofo, medico, giudice, matematico islamico studioso di Aristotele (libri censurati) ha un'idea elitaria della scienza: insegnare a chi non può capire è uno sforzo inutile, anzi pericoloso perché può dar luogo a fraintendimenti, oltre a costituire fonte di sconforto e uniliazione per chi non ha gli strumenti per capire.


Averroè rappresentato da Raffaello ne "La scuola di Atene"

Decisamente diversa l'opinione di Dante Alighieri (1265-1321) che ha un'idea democratica di conoscenza, che cerca di diffondere tramite la poesia in volgare che viene letta ad alta voce e declamata a memoria

Ritratto di Dante Alighieri dipinto da Pedro Berruguete per lo studiolo del Duca di Urbino

Ruolo sociale della cultura secondo Dante: strumenti e programma

1) Strumento: *De vulgari eloquentia*

Libro I, Capitolo I *“l’eccellente parlar volgare”, “comune a tutti gli italiani”,“il quale senza altra regola imitando la Balia s’apprende”*

2) Programma*: Convivio.*

Punto I del Trattato Primo *“sì come dice lo Filosofo […] tutti gli uomini naturalmente desiderano di sapere” e “la scienza è ultima perfezione de la nostra anima”.*

3) Commedia: opera popolare, scritta nella lingua del popolo che racconta attraverso storie (in rima) il sapere del suo tempo

Dante si propone così come divulgatore e maestro della conoscenza del suo tempo. Rivolgendosi però non a una élite di intellettuali, ma all’uomo comune, usando per il suo scopo proprio la “volgare eloquenza” per distribuire a tutti le almeo le briciole del convivio del sapere.

Leggendo la *Commedia* di Dante sono assai numerosi i passi in cui l'autore mostra di trovarsi perfettamente a suo agio non solo con l’astronomia (cosa ovvia data la struttura dell’intera opera) ma anche con aritmetica, geometria e logica, tanto che quando gli serve una similitudine o una metafora, che potrebbe sceglierе in qualunque ambito, non ha problemi a sceglierla dalla geometria o dall’aritmetica, e non ha dubbi che i suoi lettori saranno in grado di capirle e apprezzarle[1]**.**

Come primo esempio consideriamo il seguente passo, tratto dal *Paradiso, Canto XXXIII, versi 133-138,* in cui il Poeta parla della difficoltà che incontra nel comprendere il mistero dell’incarnazione, ovvero nell’immaginare come una stessa cosa possa rappresentare due cose contemporaneamente, nel caso specifico la natura umana e quella divina. Come può Cristo essere contemporaneamente umano e divino? Difficile da capire, ma come rendere l'idea di quanto e perché è così difficile capirlo? Ci vorrebbe una similitudine: difficile come... Ecco allora la scelta di Dante

Qual è ’l geomètra che tutto s’affige
per misurar lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond’elli indige,

---

[1] Per una esposizione più completa sulle competenze matematiche di Dante Alighieri e sulla presenza della matematica nella Divina Commedia rimandiamo al volume di Bruno D’Amore *Più che ’l doppiar de li scacchi s’inmilla. Incontri di Dante con la Matematica*, Pitagora Editrice, 2001.

tal era io a quella vista nova;
veder volea come si convenne
l'imago al cerchio e come vi s'indova;

Come lo studioso di geometria (il geometra) si concentra al massimo (tutto s'affige) per risolvere il problema della quadratura del cerchio (misurar lo cerchio) e non vi riesce (non ritrova), pur pensandoci, perché gli manca (indige) quel teorema (quel principio) così ero io (tal era io) per vedere (veder volea) come si adattasse (come si convenne) quella visione straordinaria (vista nova) del riflesso (imago) di una figura che si colloca (s'indova) dentro al cerchio.
Quindi la vista di una cosa compenetrata nell'altra fa venire in mente a Dante il mistero dell'incarnazione, ovvero due cose di natura diversa una compenetrata nell'altra, cosa difficile da immaginare così come nella geometria di Euclide risulta difficile, anzi impossibile, risolvere il problema della quadratura del cerchio, ovvero il metodo per calcolare l'area di un cerchio, che nella geometria euclidea consiste nel determinare le dimensioni di un rettangolo equiesteso a un cerchio di dato raggio. In effetti questo era uno dei problemi irrisolti della geometria classica, così come il problema della trisezione dell'angolo o della duplicazione del cubo. Ma cosa vuol dire impossibili, si tratta di problemi che sappiamo risolvere benissimo.
Ad esempio la quadratura del cerchio consiste nel determinare le dimensioni di un rettangolo la cui area è uguale a quella di un cerchio di raggio dato. Quindi niente di più facile, tutti sappiamo fin dalla Scuola Elementare che il problema si risolve facilmente: l'area del cerchio vale πr^2, quindi basta prendere un rettangolo di base πr e altezza r. Dove sta allora la difficoltà?
Il fatto è che nell'antica Grecia i problemi di geometria dovevano essere risolti mediante costruzioni geometriche che prevedessero il solo uso di riga (non graduata) e compasso. Una specie di ginnastica mentale, o prova di abilità, una regola prefissata. Dante sapeva benissimo calcolare l'area del cerchio, tanto che per misurare una bolgia (circolare) dell'Inferno usa l'approssimazione 22/7 = 3.1428..., comunemente usata al posto di π = 3.1415...nei libri d'abaco del medioevo, testi contenenti problemi e esempi di calcoli matematici usati per scopi pratici, sicuramente ben noti a Dante.
Quindi la sottigliezza della similitudine è davvero notevole: la quadratura del cerchio (così come l'incarnazione di Cristo) non è impossibile da ottenere in linea di principio, ma diventa impossibile se ci si limita all'utilizzo di determinati strumenti, come riga e compasso per la quadratura del cerchio. Quindi per apprezzare la potenza e la raffinatezza di questa similitudine occorre capire bene il significato dell'impossibilità citata da Dante. Non è il problema che è impossibile da risolvere in sé, ma è impossibile con gli strumenti limitati con cui si prefigge di operare lo studioso di Geometria euclidea. Allo stesso modo non è impossibile l'incarnazione di Cristo, ma è impossibile capirla a pieno per la mente umana, per sua natura limitata. Sarebbe stato poco elegante se Dante avesse utilizzato come similitudine per capire questa difficoltà qualcosa di realmente impossibile, quindi ha utilizzato questo esempio di impossibilità a causa della inadeguatezza degli strumenti. A questo punto si potrebbe affermare che Dante non è stato sufficientemente chiaro, avrebbe dovuto dire: "qual è 'l geomètra che tutto s'affige per misurar lo cerchio con riga e compasso e non ritrova ...". Ma Dante non ne sente il bisogno, perché ogni persona colta del suo tempo sapeva che i problemi della geometria greca si affrontano con riga e compasso. E lui evidentemente considera ovvio che chi sa intendere e apprezzare uno scritto poetico conoscesse bene anche i testi classici di geometria.
Lo stesso dicasi per l'aritmetica, il cui utilizzo a scopi pratici veniva insegnato nelle scuole d'abaco del suo tempo. Infatti, nel seguente passo del *Paradiso, Canto XXVIII, versi 91-93,* Dante usa la metafora delle scintille che si sprigionano dal ferro incandescente per descrivere gli angeli che ruotano intorno a Dio. E vuol esprimere il fatto che gli angeli erano tanti. Ma quanti? Anche qui ci vorrebbe una similitudine: tanti come... Poteva dire "tanti come le stelle del cielo", o "tanti come i granelli di sabbia nel mare". E invece no, Dante preferisce ricorrere alle progressioni geometriche prendendo come esempio la leggenda dell'invenzione del gioco degli scacchi. Ecco la terzina che ne scaturisce:

L’incendio suo seguiva ogne scintilla;
ed eran tante, che ’l numero loro
più che ’l doppiar de li scacchi s’inmilla.

Quindi per dare un’idea di quanto fossero numerose le scintille (ovvero, fuori di metafora, la moltitudine degli angeli) Dante fa riferimento alla famosa leggenda di Sissa Nassir, l’inventore degli scacchi, al quale il re promise qualunque ricompensa per la meravigliosa invenzione. Si narra infatti che gli scacchi sarebbero stati inventati in Persia, su richiesta di un re. Per quanto riguarda l'etimologia, infatti, scacco deriva dal persiano Shah, che in Persia designava il re. Secondo la leggenda, questo re di Persia, terribilmente annoiato avendo poche cose da fare, decise un giorno di chiedere a Sissa Nassir, mago di corte, di inventare un gioco per passare il tempo. Sissa Nassir inventò il gioco degli scacchi; e quando lo mostrò al re, questi ne rimase così entusiasta che gli disse che avrebbe potuto chiedergli in cambio qualsiasi ricompensa.
L’arguto inventore fece allora una richiesta in apparenza assai modesta: presa la scacchiera, il solito quadrato formato da 8 per 8 caselle, chiese un chicco di grano sulla prima casella; il doppio, cioè 2 chicchi, sulla seconda; il doppio ancora, cioè 4, sulla terza; il doppio ancora, cioè 8, sulla quarta; e così via, fino all’ultima casella, la sessantaquattresima. Ma non appena il re convocò così il gran ciambellano, nonché abachista di corte, per calcolare la quantità totale di grano necessaria per soddisfare la richiesta, arrivò la sorpresa. La quantità totale di chicchi è la somma dei primi 64 termini di una serie geometrica di ragione 2:
$1+2+2^2 +2^3 + ...+2^{63} = 2^{64}–1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$, numero praticamente illeggibile. In notazione scientifica $1,8447 \times 10^{19}$, dell'ordine quindi di dieci miliardi di miliardi. Immaginando di distribuire i chicchi di grano su tutta la superficie terrestre, oceani inclusi, ogni centimetro quadrato dovrebbe conterne circa 3 chicchi e mezzo. Non sarebbe quindi bastato tutto il grano dell'intero pianeta per accontentare Sissa Nassir. Il che spiega perché il sovrano, sentendosi preso in giro, anziché premiare Sissa Nassir gli fece mozzare la testa. Con notevole risparmio di grano.
Questa leggenda era riportata come esercizio (o come gioco matematico) in molti libri d’abaco, libri che certamente Dante conosceva. Il gioco del “raddoppiare” o della progressione geometrica (o esponenziale) era uno degli esercizi più comuni, in quanto anche il calcolo degli interessi composti, praticato dalle banche, è una progressione geometrica. E ai tempi di Dante, tempi di commerci e delle prime attività imprenditoriali, iniziavano appunto a sorgere istituti di credito che concedevano prestiti applicando interessi composti, spesso con tassi che oggi non esiteremmo a definire di usura.
Del resto, a Firenze abitava e insegnava Paolo Dagomari, detto Paolo dell’Abbaco (1281-c. 1370), che fu maestro del figlio di Dante, Iacopo, e che probabilmente avrebbe potuto fare da consulente all’Alighieri per le sue vaste nozioni matematiche e astronomiche.

Con questi primi due esempi abbiamo potuto constatare come Dante fosse a conoscenza sia della matematica dotta, spesso scritta in greco o in latino, riconducibile agli Elementi di Euclide e alla logica delle dimostrazioni in essi contenuta, sia la matematica pratica, quella insegnata nelle scuole d'abaco e scritta in volgare nei libri d'abaco, ad uso di artigiani e commercianti che ne avevano bisogno per scopi essenzialmente pratici. Libri privi di enunciati generali e dimostrazioni rigorose, ma ricchi di esempi pratici e problemi risolti. Due modi diversi di intendere la matematica, l'uno più colto e speculativo e l'altro più pratico, ovviamente non disgiunti tra loro, che anche oggi si completano a vicenda nell'insegnamento e nella ricerca. Il fatto che Dante si trovasse a proprio agio con entrambi, tanto da attingervi per ottenere similitudini e metafore nei suoi componimenti poetici, ci fa capire bene quanto unitaria fosse la cultura del tempo.

Rimanendo in tema di re, e di geometria, passiamo alla vicenda di Re Salomone di cui Dante ci parla nel *Paradiso, Canto XIII, versi 88-101*. Si sta discutendo il problema seguente: c’è contraddizione tra la sapienza perfetta di Adamo e di Cristo, e la sapienza del famoso re Salomone?

Salomone fu re d'Israele dal 970 al 931 a.C., famoso per la sua saggezza e sapienza. Divenne re giovanissimo, e la Bibbia narra che il Signore gli apparve in sogno e gli disse:
“Chiedimi ciò che io devo concederti”
Salomone rispose:
“Signore mio Dio, tu hai fatto regnare il tuo servo al posto di Davide mio padre. Ebbene io sono un ragazzo; non so come regolarmi. [...] Concedi al tuo servo un cuore docile perché sappia rendere giustizia al tuo popolo e sappia distinguere il bene dal male, perché chi potrebbe governare questo tuo popolo così numeroso?".
Al Signore piacque che Salomone avesse domandato la saggezza nel governare, e gli disse: «Perché hai domandato questa cosa e non hai domandato per te né una lunga vita, né la ricchezza, né la morte dei tuoi nemici, ma hai domandato per te il discernimento per ascoltare le cause? Ecco, ti concedo un cuore saggio e intelligente: come te non ci fu alcuno prima di te né sorgerà dopo di te. Ma ti concedo anche quanto non hai domandato, cioè ricchezza e gloria come nessun re ebbe mai.
A Dante non sfugge a questa leggenda, e sente il dovere di riferirla nel suo Paradiso. Ma nel farlo Dante mette in bocca a Salomone cose che hanno una stretta attinenza con la Matematica.
Ecco infatti come Dante riporta l’episodio:

> Non ho parlato sì, che tu non posse
> ben veder ch'el fu re, che chiese senno
> acciò che re sufficiente fosse;
>
> non per sapere il numero in che ènno
> li motor di qua su, o se necesse
> con contingente mai necesse fenno;
>
> non, si est dare primum motum esse,
> o se del mezzo cerchio far si pote
> triangol si ch’un retto non avesse.

Dante in pratica riferisce che Salomone chiese saggezza (chiese senno) in misura sufficiente per poter governare (acciò che re sufficiente fosse) e non per la sapienza che occorre per sapere cose al di sopra di quelle a lui necessarie, ad esempio
• quanti sono gli angeli (i motori dei cieli)
• se da una premessa necessaria e da una premessa contingente si poté mai dedurre una conseguenza necessaria
• se può darsi un primo moto (che non derivi da un altro moto)
• se si può inscrivere in un semicerchio un triangolo che non abbia un angolo retto.

Ci saremmo aspettati qualcosa del tipo "e non chiese dammi ricchezze, belle donne, potere, salute, fama", e invece l'elenco delle cose che Dante si aspettava che un giovane avrebbe potuto chiedere a Dio riguardano innanzi tutto il numero degli angeli. Poi la seconda domanda è un tipico problema di logica, si tratta di un passaggio “tecnico” di logica modale: in un sillogismo una premessa necessaria ed una contingente possono dare una conseguenza necessaria? Il problema, non banale, era già stato affrontato e negativamente risolto da Aristotele, ma era ancora presente in testi di logica medievale di cui Dante era sicuramente attento lettore (come argomenteremo tra poco). Dunque, una questione erudita di logica tecnica che Dante mostra di conoscere ed alla quale fa volentieri ricorso.
Le altre due affermazioni sono una tratta dalla Fisica e l’altra dalla Geometria:
- è possibile che vi sia un moto primo, cioè a sua volta non causato da un altro moto?
- è possibile che esista un triangolo inscritto in una semicirconferenza ma non rettangolo?

Ebbene, Dante le prende come esempi palesi di qualche cosa di falso perché contraddicono alla modalità della necessità logica:

- se c’è un moto, allora c’è anche necessariamente qualche cosa che l’ha generato, una causa. Oggi diremmo che questo è un enunciato del terzo principio della dinamica, o principio di azione e reazione.
- se un triangolo è inscritto in una semicirconferenza, allora necessariamente quel triangolo è rettangolo cioè ha un angolo retto. Questa è una delle dimostrazioni più note della geometria di Euclide.

Ora, mentre l’affermazione di carattere fisico è legata al discorso che si sta facendo riguardante l'esistenza di un Essere Supremo che dal nulla sia riuscito a creare ogni cosa, quindi anche a originare movimenti dal nulla, e porta all'esistenza di un unico Ente in grado di causare senza precedente causa, come esempio di qualche cosa di altrettanto necessario, l'ultima affermazione riguarda un esempio piuttosto inatteso, Dante avrebbe potuto sceglierne qualsiasi altro. E invece lo sceglie, ancora una volta, dalla geometria, probabilmente perché gli è facile, familiare, spontaneo farlo. E forse perché, insisto ancora, quel tipo di competenze era diffuso e ovvio tra i letterati dell’epoca e tra le persone colte. Tuttavia, ciò che maggiormente ci stupisce è il tipo di domanda: com'è possibile avere dubbi su una simile questione, se Euclide ha già dimostrato in modo ineccepibile che dagli assiomi della geometria consegue che ogni triangolo iscritto in una semicirconferenza è rettangolo?
L'unico modo per dubitare di quel teorema è mettere in dubbio la validità degli assiomi stessi della geometria, in particolare il quinto postulato, quello delle parallele, da cui si deduce che la somma degli angoli interni di qualsiasi triangolo è sempre uguale a un angolo piatto, da cui a sua volta si ricava in modo piuttosto diretto la dimostrazione del teorema dell'angolo retto inscritto in una semicirconferenza. Ma negare quel postulato significa ammettere geometrie alternative che di quel postulato possano fare a meno, ovvero le geometrie non euclidee che verranno introdotte nel XIX secolo. Si potrebbe allora addirittura pensare che Dante abbia voluto segnalare, più che una sua lacuna matematica, la presenza di un dibattito medievale sul tema della possibile esistenza di geometrie diverse da quella euclidea? Forse stiamo andando troppo lontano, con la fantasia e stiamo forzando un po' troppo la mano.

Eppure da altri passi della Divina Commedia possiamo dedurre che Dante non avesse certo dubbi sul fatto che la somma degli angoli interni di un triangolo fosse equivalente a un angolo piatto. Come ad esempio nei seguenti versi che troviamo ancora nel *Paradiso, Canto XVII, versi 13-18*:

> O cara piota mia, che sì t’insusi,
> che come veggion le terrene menti
> non capere in triangol due ottusi,
>
> così vedi le cose contingenti
> anzi che sieno in sé, mirando il punto
> a cui tutti li tempi son presenti;

O mia cara radice (pianta del piede) che t’innalzi tanto che puoi vedere gli eventi (le cose contingenti) prima che si attuino (anzi che sieno in sé) come se le osservassi in un punto del presente in cui tutte le cose passate e future fossero concentrate (mirando il punto a cui tutti li tempi son presenti), con la stessa certezza con cui le menti umane intuiscono che in un triangolo non possono essere contenuti due angoli ottusi.
Dante ha appena incontrato il suo avo Cacciaguida e intende dirgli che lo vede così elevato, così in alto con il suo spirito che, come le menti umane vedono con assoluta certezza che in un triangolo non possono starci due angoli ottusi, così Cacciaguida vede le cose del passato e del futuro tutte ora, in un punto (l’immagine è a dir poco stupenda: una specie di big bang temporale, un punto di assoluta contemporaneità, prima dell’inizio della freccia temporale). E ancora una volta, dovendo dare un esempio di impossibilità logica, Dante ricorre a un esempio geometrico.

Ovviamente nel cercare una similitudine per mostrare quanto elevata fosse la chiarezza di idee, e quindi la certezza con cui Cacciaguida riesce a prevedere gli avvenimenti del futuro e a capire quelli del passato, avrebbe potuto scegliere tanti altri esempi: "con la stessa certezza con cui il Sole sorge ogni mattina", o magari anche di carattere aritmetico, "con la stessa certezza per cui uno più uno fa due". Ma Dante preferisce la Geometria, e anche qui qualcuno ha notato che l'impossibilità per il triangolo di comprendere due angoli ottusi, ovvero il fatto che la somma dei tre angoli interni del triangolo è pari a un angolo piatto, è una diretta conseguenza del quinto postulato, quello delle parallele, quindi mettere in dubbio quella certezza sarebbe come ammettere geometrie diverse da quella euclidea. Ma questa, di nuovo, è una interpretazione troppo legata ai nostri tempi.

Ma nella Divina Commedia sono davvero tanti gli esempi di similitudini e metafore ispirate alla geometria, l'aritmetica e la logica. E persino la teoria della probabilità. Scendiamo per un attimo in *Purgatorio, Canto VI, versi 1-3*, dove si legge:

> Quando si parte il gioco della zara,
> colui che perde si riman dolente,
> repetendo le volte, e tristo impara:

Si tratta del gioco dei dadi, in arabo "dado" è "zahar". Nel gioco della zara ciascun giocatore punta una certa somma di denaro, si gettano 3 dadi e i due giocatori, nel breve intervallo di tempo che intercorre tra il lancio dei dadi ed il loro arresto, dicono ciascuno un numero: vince la posta chi indovina il risultato. Se nessuno ci azzecca si accresce la posta da vincere alle giocate successive.
Il gioco della zara era molto diffuso ai tempi di Dante, tanto che a Bologna venne proibito in quanto i giocatori impedivano la circolazione, a Ferrara fu vietato a corte perché per il troppo giocare i giullari e uomini di corte non lavoravano. La terzina sul gioco della zara è spesso citata da parte dei matematici in quanto vedono in queste due affermazioni "*repetendo le volte* " e "*impara*" una, seppur velata, consapevolezza delle leggi della probabilità. Se il giocatore "impara" significa che c'è qualcosa da capire, ovvero che Dante si rende ben conto che non tutte le uscite sono ugualmente probabili. Inoltre quel "repetendo" fa pensare a una definizione "frequentista" della probabilità, data da numero di realizzazioni dell'evento diviso il numero di prove, al tendere all'infinito del numero di prove.
In effetti ci sono delle uscite più probabili di altre. I valori possibili sono, ovviamente, quelli che vanno da 3 a 18 compresi, e quelli "centrali" sono più probabili. Il 3 e il 18 possono essere ottenuti in un solo modo, (1,1,1) e (6,6,6) rispettivamente, e siccome ci sono $6^3 = 216$ diverse uscite possibili (disposizioni con ripetizione di 6 facce che escono 3 per volta) la loro probabilità è 1/216. Invece il 4 e il 17 possono uscire in tre modi diversi (1,1, 2); (1,2,1); (2,1,1) per il 4, (6,6,5); (6,5,6); (5,6,6) per il 17, e quindi la loro probabilità è tripla, e così via (un interessante esercizio).
Però da qui a dire che quei versi contengono un'anticipazione della teoria della probabilità, quella che più tardi Cardano (1501-1576), Galilei (1564-1642), Fermat (1601-1665) ma soprattutto Pascal (1623-1662) affronteranno in modo corretto e consapevole, ce ne corre. Anche qui c'è una interpretazione moderna dei testi, non basta parlare di un gioco di dadi per evocare un'anticipazione matematica della teoria della probabilità. Comunque il lettore matematico riesce a intravvedere e a fornire interpretazioni più ricche e interessanti rispetto a chi legge in quelle terzine solo il lamento del giocatore che perde ai dadi. Un esempio di applicazione della Proposizione 2 dell'Introduzione.

Un discorso analogo si applica alla seguente terzina, che si trova nel *Paradiso, Canto XV versi 55-57*, in cui il lettore matematico intravede un assioma che sta alla base della costruzione dell'insieme dei numeri naturali, basato sul principio di induzione:

> Tu credi che a me tuo pensier mei
> da quel ch'è primo, così come raia
> da l'un, se si conosce, il cinque e 'l sei;

Sono le celebri frasi che Cacciaguida rivolge a Dante: tu hai ferma convinzione (tu credi) che il tuo pensiero scorra (mei), si riveli direttamente a me (a me tuo pensier mei) da Dio, primo Ente e principio di ogni cosa (da quel ch'è primo), così come dalla conoscenza dell'unità deriva (raia) quella di tutti gli altri numeri". In tempi moderni si direbbe che, ammessa l'unità, si possono costruire i numeri naturali passando da n a $n + 1$. Ma questa notazione generale utilizzando delle variabili al posto dei numeri non era ancora usata ai tempi di Dante. Per questo bisogna aspettare François Viète nel XVI secolo. Dante si accontenta di prendere due numeri consecutivi a caso, come il 5 e il 6, per dire che quella regola vale per tutti i numeri.
Ritengo notevole il fatto che per esprimere un concetto così importante, ovvero che da Dio discende ogni cosa, Dante utilizzi una metafora matematica, ovvero il fatto che utilizzando l'unità dell'aritmetica si possa generare l'intera infinità dei numeri naturali a partire dall'unità.

Passiamo ora all'Inferno, dove troviamo un tipico ragionamento che potremmo includere nella logica formale, o matematica, che può essere espressa col simbolismo degli operatori logici o della teoria degli insiemi. Si tratta della vicenda di Guido da Montefeltro, descritta nell' *Inferno, Canto XXVII, versi 112-123*. Guido da Montefeltro è un frate francescano, che prima di diventare frate era un famoso condottiero. Durante una guerra fu convinto dal Papa, Bonifacio VIII, a peccare (si tratta di un tradimento, un consiglio ingannevole, peccato grave per un condottiero in tempo di guerra). Guido sapeva di commettere un grave peccato, ma Bonifacio gli aveva detto "non ti preoccupare, ti assolvo prima che tu lo commetta" e infatti lo assolse in anticipo e Guido si lasciò allora convincere. Quando morì Francesco d'Assisi in persona lo andò a prelevare per portarselo direttamente in Paradiso (questo era un privilegio dei frati francescani). Ecco la premessa

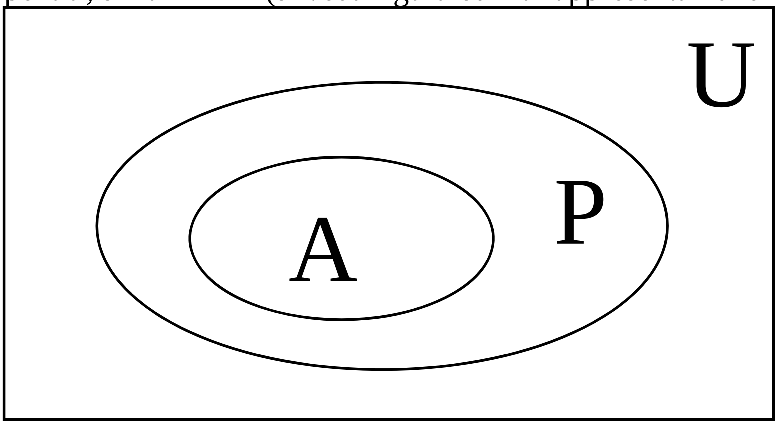
> Francesco venne poi, com'io fu' morto,
> per me; ma un d' i neri cherubini
> li disse: "Non portar: non mi far torto.

Insomma, un nero cherubino, cioè un angelo dell'inferno, dice a San Francesco: no, lui deve scendere nell'inferno. Ora, può sembrare eccessivo che un qualunque nero cherubino si metta a dare ordini addirittura a San Francesco. Però, come ci rivelerà Dante, non è un cherubino qualunque, perché era anche un logico:

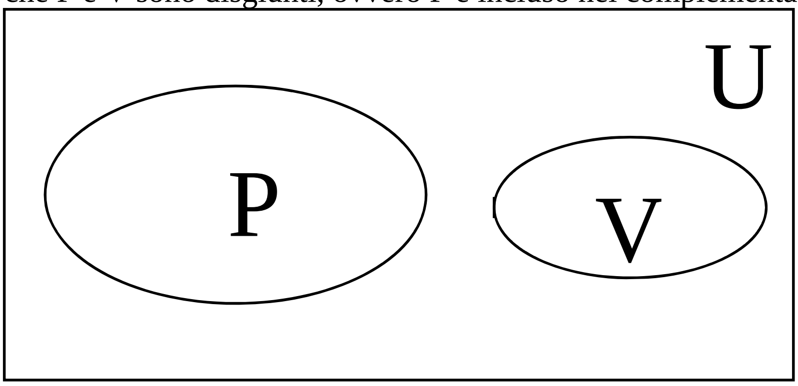
> Venir se de dee giù tra 'miei meschini
> perché diede 'l consiglio frodolente
> dal quale in qua stato li son a' crini;
>
> ch' assolver non si può chi non si pente,
> né pentere e volere insieme puossi
> per la contraddizion che nol consente".
>
> Oh me dolente! come mi riscossi
> quando mi prese dicendomi: "Forse
> tu non pensavi ch' io loico fossi"!

Il nero cherubino quindi afferma che invece Guido deve scendere con lui all'inferno perché diede quel consiglio fraudolento, dopo il quale il cherubino gli è stato sempre alle calcagna (dal quale in qua li son a' crini). Bella questa immagine del diavolo che da quando viene commessa una colpa rimane appresso al peccatore finché non riesce a portarlo con sé all'inferno. Ma il capolavoro di Dante arriva con la terzina successiva, dove il "Cherubino-loico" dimostra in modo logicamente inequivocabile che mettere Guido in Paradiso costituisce una contraddizione rispetto alle leggi (ovvero gli assiomi) della Chiesa, perché non si può assolvere chi non si pente, né è possibile pentirsi del peccato e insieme volerlo commettere perché ciò porterebbe a una contraddizione (per la contraddizione che non lo

permette). Insomma, di fronte all’evidenza di una dimostrazione logica ... non c’è santo che tenga, neppure San Francesco, fondatore dell'ordine, può controbattere. E di conseguenza Guido rimane “dolente” all’Inferno.
Ma vediamo in dettaglio in cosa consistono queste argomentazioni logiche con cui il nero cherubino incastra San Francesco (e di conseguenza il povero Guido). Sappiamo che Dante conosceva i sillogismi, e sappiamo anche che i sillogismi si possono rappresentare mediante il simbolismo degli insiemi, metodo introdotto da Eulero per spiegare la logica alla principessa tedesca[2].
Ad esempio il famoso sillogismo Tutti gli uomini sono mortali, Socrate è un uomo, allora Socrate è mortale, si può rappresentare partendo dall'insieme U (l'umanità) di cui tutti gli elementi godono della proprietà p (essere mortale) e allora ogni sottoinsieme di U (in particolare Socrate che è un sottoinsieme fatto di un solo elemento) gode della stessa proprietà.
Ecco allora, espressa con gli insiemi, la dimostrazione del nero cherubino.
Il primo assioma da considerare: “*Assolver non si può chi non si pente*”, significa che: ″Ogni assolto è un pentito” cioè, in termini di insiemi, se A è l’insieme degli assolti (validamente) e P quello dei pentiti, si ha $A \subset P$ (si veda figura con la rappresentazione in termini di diagrammi di Eulero)

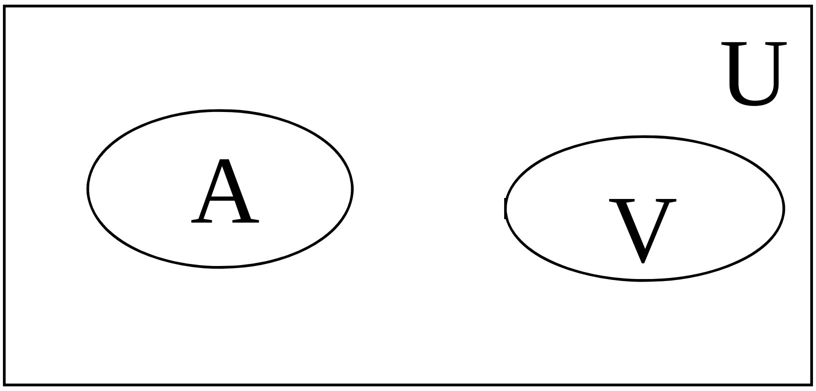


L'affermazione “*Né pentere e volere insieme puossi*” significa che “nessun pentito è un peccatore volontario” (uno che si è pentito prima poi non può volontariamente peccare). In termini di insiemi questo significa che se con V indichiamo l’insieme dei peccatori volontari (o consapevoli), abbiamo che P e V sono disgiunti, ovvero P è incluso nel complementare di V.



Se ne deduce, con un sillogismo, che l’insieme degli assolti A, essendo incluso in P, è per forza incluso nel complementare dei peccatori volontari V, ovvero A e V sono disgiunti, come dire che nessun assolto può essere un peccatore volontario.
Quindi se fosse Guido assolto, cioè quindi $G \in A$ contraddice $G \in V$, essendo A disgiunto da V.

[2] Si veda Eulero "Lettere a una principessa tedesca", Bollati Boringhieri (2 volumi). Comunque, sebbene quella rappresentazione degli insieme sia comunemente chiamata "diagrammi di Eulero-Venn" il suo utilizzo precede Eulero, essendo già usata da Leibniz o forse anche prima.



Ma è possibile che Dante fosse capace di fare simili dimostrazioni? Dante avrebbe potuto ragionare così? A parte il simbolismo moderno, la risposta è positiva, e la prova ce la fornisce lo stesso Dante quando, nel canto XII del Paradiso, versi 134-135, dopo un elenco di nomi più o meno illustri, scrive

... e Pietro Ispano,
lo qual giù luce per dodici libelli

In sostanza dice che era famoso sulla Terra (giù luce) per i dodici libri (che sarebbero poi 12 capitoli) da lui scritti. Si tratta dei dodici capitoli che compongono le “Summule logicales”, raccolta della conoscenza logica del XIII secolo, opera che ci permette di considerare Pietro Ispano il massimo logico medioevale.
Da notare che Dante non dice che Pietro Ispano fu anche Papa col nome di Giovanni XXI. Insomma, per Dante Pietro Ispano era famoso per aver scritto testi di logica, non per essere stato Papa.
A lui si deve una definizione di logica che, sebbene un po' eccessiva, la dice lunga sulla sua importanza: *Dialectica est ars artium et scientia scientiarum ad omnium methodorum principia viam habens*, ovvero "la logica è scienza delle scienze, arte delle arti, il principio metodologico di ogni attività scientifica".
Non ci stupisce allora che Dante, avendo letto e apprezzato simili testi, fosse in grado di capire e maneggiare disinvoltamente sottili questioni di logica come quella sollevata dal nero cherubino.

Inferno, Canto XXXIV
Ingresso nella quarta zona di Cocito, la Giudecca dove sono puniti i traditori dei benefattori. Visione di Lucifero, che tormenta Giuda, Bruto, Cassio. Dante e Virgilio escono dall'Inferno e raggiungono, attraverso la *natural burella*, l'emisfero australe.

Virgilio avverte Dante che si avvicinano i vessilli del re dell'Inferno (Lucifero) e lo invita a guardare davanti a sé: il poeta obbedisce, ma in lontananza e nella semioscurità distingue solo quello che gli sembra un enorme edificio, simile a un mulino che fa ruotare le sue pale, poi si ripara dal vento dietro al maestro. I due proseguono ed entrano nella quarta e ultima zona di Cocito, la Giudecca, in cui sono puniti i traditori dei benefattori. Dante vede i dannati completamente imprigionati nel ghiaccio, da cui traspaiono come pagliuzze nel vetro: alcuni sono rivolti verso il basso, altri verso l'alto con la testa o i piedi, altri ancora sono raggomitolati su se stessi. I due poeti avanzano un poco, quindi Virgilio decide che è il momento di mostrargli Lucifero e lo trattiene, avvertendolo che è giunto per lui il momento di armarsi di coraggio.
Virgilio invita il discepolo ad abbracciarlo intorno al collo e il maestro, cogliendo il luogo e il momento opportuno, quando le ali del mostro sono abbastanza aperte, si aggrappa alle costole pelose di Lucifero. Virgilio scende lungo i fianchi del demone, tra questi e la crosta gelata di Cocito, fino al punto in cui la coscia si congiunge al bacino: il poeta latino, col fiato grosso, si gira e si aggrappa al pelo delle gambe, iniziando a salire verso l'alto e inducendo Dante a credere che stanno tornando all'Inferno. Virgilio avverte il discepolo di tenersi ben stretto a lui, poiché i due devono allontanarsi

dal male dell'Inferno percorrendo quella strada, quindi esce attraverso la spaccatura di una roccia e pone Dante a sedere sull'orlo dell'apertura, raggiungendolo poi con un balzo.
Dante alza lo sguardo e crede di vedere Lucifero come l'ha lasciato, invece lo vede capovolto e con le gambe in alto, restando perplesso come la gente grossolana che non capisce quale punto della Terra ha appena oltrepassato. Virgilio esorta Dante ad alzarsi subito, poiché devono ancora percorrere una via lunga e malagevole e sono già le sette e mezza del mattino; il percorso è in effetti difficoltoso, attraverso un budello nella roccia che ha il suolo impervio e poca luce. Dante prega il maestro di risolvere un dubbio, prima di mettersi in cammino: gli chiede dov'è il ghiaccio di Cocito, com'è possibile che Lucifero sia sottosopra rispetto alla posizione precedente, e infine come può essere già mattina essendo trascorso poco tempo. Virgilio risponde che Dante pensa di essere ancora nell'emisfero boreale, mentre quando i due hanno oltrepassato il centro della Terra, punto verso il quale tendono i pesi, sono passati nell'emisfero australe, opposto all'altro dove visse e fu crocifisso Gesù. Dante poggia i piedi sull'altra faccia di una piccola sfera che costituisce la Giudecca: in quel punto è mattina quando nell'altro emisfero è sera, mentre Lucifero è sempre confitto nel ghiaccio come Dante l'ha visto. Virgilio spiega ancora che il demone precipitò giù dal cielo da questa parte e la terra si ritrasse per paura del contatto col mostro, raccogliendosi nell'emisfero boreale e formando il vuoto della voragine infernale, mentre in quello australe si formò la montagna del Purgatorio.

«Prima ch'io de l'abisso mi divella,
maestro mio», diss'io quando fui dritto,
«a trarmi d'erro un poco mi favella: 102
Quando mi fui alzato dissi: «Maestro mio, prima che io lasci l'abisso infernale, parlami un poco per risolvermi un dubbio:

ov'è la ghiaccia? e questi com'è fitto
sì sottosopra? e come, in sì poc'ora,
da sera a mane ha fatto il sol tragitto?». 105
dov'è il ghiaccio? e Lucifero come può essere confitto così sottosopra? e come è possibile che il sole abbia percorso così in fretta il tragitto dalla sera alla mattina?

Ed elli a me: «Tu imagini ancora
d'esser di là dal centro, ov'io mi presi
al pel del vermo reo che 'l mondo fóra. 108
E lui a me: «Tu pensi ancora di essere al di là del centro della Terra, dove io mi sono aggrappato al pelo dell'orrendo animale che guasta il mondo.

Di là fosti cotanto quant'io scesi;
quand'io mi volsi, tu passasti 'l punto
al qual si traggon d'ogne parte i pesi. 111
Tu sei stato di là finché io sono disceso; quando mi sono girato, tu hai oltrepassato il punto verso il quale tendono tutti i pesi del mondo.

Paradiso, canto II
Beatrice invita Dante a esprimere la sua opinione circa le macchie lunari e il poeta (seguendo Averroé) le attribuisce a differenze di densità oppure di quota. Beatrice confuta queste due ipotesi con due fatti sperimentali: l'osservazione delle eclissi e il potere riflettente degli specchi.

Se 'l primo fosse, fora manifesto
ne l'eclissi del sol, per trasparere
81 lo lume come in altro raro ingesto.

Se fosse vera la prima ipotesi (*'l primo*), essa avrebbe conferma (*fora manifesto*) durante l'eclissi di sole, perché si vedrebbe trasparire la luce solare come quando essa è introdotta (*ingesto*) in qualsiasi altro corpo di materia rarefatta (*in altro raro*).

Questo non è: però è da vedere
de l'altro; e s'elli avvien ch'io l'altro cassi,
84 falsificato fia lo tuo parere.

Ma questo non succede: perciò è da considerare l'altra ipotesi (*de l'altro*); e se accadrà (*s'elli avvien*) che io confuti (*cassi*) anche questa, la tua opinione (*parere*) sarà dimostrata erronea (*falsificato*).

S'elli è che questo raro non trapassi,
esser conviene un termine da onde
87 lo suo contrario più passar non lassi;

Se avviene che questa rarefazione non passa da parte a parte (*non trapassi*), necessariamente deve esserci (*esser conviene*) un punto (*termine*) al di là del quale (*da onde*) la densità della materia (*lo suo contrario*) non lascia più passare la luce;

e indi l'altrui raggio si rifonde
così come color torna per vetro
90 lo qual di retro a sé piombo nasconde.

e da questo punto (*indi*) il raggio solare viene riflesso (*si rifonde*) come un'immagine con i suoi colori viene riflessa (*torna*) da vetro che ha dietro di sé (*nasconde*) una lamina di piombo (ossia dallo specchio).

Or dirai tu ch'el si dimostra tetro
ivi lo raggio più che in altre parti,
93 per esser lì refratto più a retro.

Ora tu potrai obiettare (*dirai*) che il raggio appare (*si dimostra*) più scuro (*tetro*) nel punto di maggiore rarefazione (*ivi*) che nelle altre parti, essendo lì (*per esser lì*) riflesso (*refratto*) da uno strato più interno del corpo lunare (*più a retro*).

Da questa instanza può deliberarti
esperïenza, se già mai la provi,
96 ch'esser suol fonte ai rivi di vostr' arti.

Da questa obiezione (*instanza*) può liberarti un esperimento, se una volta (*già mai*) vorrai provarlo, di quelli che costituiscono il fondamento (*fonte*) delle varie parti (*rivi*) delle scienze umane (*vostr'arti*).

Tre specchi prenderai; e i due rimovi
da te d'un modo, e l'altro, più rimosso,
99 tr'ambo li primi li occhi tuoi ritrovi.

Prendi tre specchi; e colloca (*rimovi*) due di essi alla stessa distanza (*d'un modo*) da te, e il terzo (*l'altro*), posto più lontano, incontri (*ritrovi*) i tuoi occhi in mezzo ai primi due (*tr'ambo li primi*).

Rivolto ad essi, fa che dopo il dosso
ti stea un lume che i tre specchi accenda
102 e torni a te da tutti ripercosso.

Dopo esserti rivolto verso di essi, fa in modo che dietro le tue spalle (*dosso*) vi sia (*stea*) una luce che illumini (*accenda*) i tre specchi e ritorni a te riflessa (*ripercosso*) dagli stessi (*da tutti*).

Ben che nel quanto tanto non si stenda
la vista più lontana, lì vedrai
105 come convien ch'igualmente risplenda.

Benché l'immagine (*la vista*) vista nello specchio più lontano (*più lontana*) non sia grande come le altre due (*nel quanto tanto*), vedrai tuttavia come essa risplenda necessariamente (*convien che… risplenda*) con uguale intensità (*igualmente*).